



Exercícios

Sugestão: Corrigir em sala de aula o exercício 32, pois auxiliará na resolução dos exercícios subsequentes.

31. Considerando $A = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, determine:
- a) $3A - B$ a) $\begin{pmatrix} -7 & 15 \\ 5 & 3 \\ 8 & -14 \end{pmatrix}$ b) $2A + B$ b) $\begin{pmatrix} -3 & 10 \\ 0 & 7 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$
32. Sendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, determine: *Ver resoluções no Suplemento do professor.*
- a) $3A$ d) $2A - (B + C)$
- b) $\frac{1}{3}(A + B)$ e) $2(A - C) + 3(B - A)$
- c) $2 \cdot A - \frac{1}{3} \cdot B$ f) $1 \cdot B + 1 \cdot C - 2 \cdot I_2$

33. Encontre os valores reais de k, x, y, z e w para os quais a igualdade a seguir é verdadeira.

$$k \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & x \\ -\frac{1}{2} & 0 \\ y & w^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 12 \\ 0 & -1 \\ -2 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} k = 4 \\ x = -\frac{1}{4} \\ y = 0 \\ z = 0 \\ w = -\frac{1}{2} \text{ ou } w = \frac{1}{2} \end{matrix}$$

- R7. Determinar a matriz X na equação:

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} + 2X = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$$

16.23

Anotações

Resolução

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 + 2a & 5 + 2b \\ -1 + 2c & 7 + 2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$$

Aplicando a definição de igualdade, temos:

$$\begin{aligned} \bullet 2 + 2a = 4 \Rightarrow a = 1 & \quad \bullet 5 + 2b = -1 \Rightarrow b = -3 \\ \bullet -1 + 2c = -5 \Rightarrow c = -2 & \quad \bullet 7 + 2d = 9 \Rightarrow d = 1 \end{aligned}$$

$$\text{Logo: } X = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Observação:

Na equação matricial $A + 2X = B$, é possível isolar a matriz X aplicando as propriedades da adição de matrizes, o que significa dizer que:

$$X = \frac{1}{2} \cdot (B - A)$$

34. Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = (b_{ij})_{2 \times 2}$,

sendo $b_{ij} = 2i - j$ para todo b_{ij} , determine a matriz X tal que $X + 2 \cdot B = -A$.

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -7 & -3 \end{pmatrix}$$

- R8. Determinar a matriz X na equação matricial

$2X + A = X + B$ sabendo que:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Resolução

Inicialmente, aplicamos as propriedades da adição à equação matricial.

$$2X + A = X + B$$

$$2X + (-X) + A + (-A) = X + (-X) + B + (-A)$$

$$2X - X = B - A \Rightarrow X = B - A$$

Então:

$$X = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Logo: } X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

35. Determine a matriz X tal que $2X - 3A = 5X$, sabendo

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -7 \end{pmatrix} \text{ que: } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{36. a) } \begin{pmatrix} 4 & 15 & 0 \\ -3 & -5 & 9 \\ 21 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} -2 & -15 & 0 \\ 3 & 7 & -9 \\ -21 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

36. Determine a matriz X tal que $X - 3B = I_3$, dado que:

$$\text{a) } B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -1 & -2 & 3 \\ 7 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{b) } B = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \\ -7 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

37. Dadas $A^t = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B^t = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ e $C^t = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$, determine a

matriz X tal que $3(X - A) + 2B = 2(C - B) + 2X$.

38. Sendo $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, com $a_{ij} = j - i$, determine a matriz $X_{3 \times 3}$, dado que: $-X = \frac{1}{2} \cdot (A - I_3)$ *Ver resolução no Suplemento do professor.*

- R9. Determinar as matrizes X e Y tais que

$$\begin{cases} X + Y = A + 3B \\ X - Y = A + B \end{cases}$$

$$\text{em que } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Resolução

Resolvendo o sistema, temos:

$$\begin{cases} X + Y = A + 3B \\ X - Y = A + B \end{cases}$$

$$2X = 2A + 4B \Rightarrow X = A + 2B$$

Como $X + Y = A + 3B$, segue:

$$A + 2B + Y = A + 3B \Rightarrow Y = B$$

Assim, temos:

$$X = A + 2B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$Y = B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

39. Dadas $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$, calcule as matrizes X e Y tais que:

$$\begin{cases} 2X + Y = A - B \\ -3X - 2Y = B - 2A \end{cases} \quad X = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -7 \end{pmatrix} \text{ e } Y = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 12 \end{pmatrix}$$

16.24

Anotações

16.25

Anotações